

***Estructura e inversa de una Matriz Angélica en la enseñanza
del Álgebra Matricial.***

**Paco Humberto Bastidas Romo, Mg. - Universidad Central del Ecuador -
pbastidas@uce.edu.ec**

**Milton Eduardo Coronel Sánchez, Mg. - Universidad Central del Ecuador -
mcoronel@uce.edu.ec**

**Edwin Vinicio Lozano, Mg. - Universidad Central del Ecuador -
elozano@uce.edu.ec**

Espirales revista multidisciplinaria de investigación
ISSN: 2550-6862
Vol. 2 No. 12
Enero 2018

RESUMEN

Una parte del Álgebra Lineal constituye el estudio del Álgebra Matricial, determinar la inversa de una matriz puede ser un proceso que no involucra un grado de dificultad elevado, mucho depende de la aplicación de algoritmos que siguen los diferentes métodos. Al iniciar el estudio de estos contenidos resulta más didáctico y atractivo para el estudiante que durante el proceso se conserve el conjunto numérico de partida y el de llegada por la facilidad de las operaciones como se puede evidenciar en las matrices del tipo Angélica, una motivación extra consiste en que por sí mismos estructurarán matrices, determinarán su inversa y se proponen buscar otras características para aplicarlas en más contenidos de Álgebra Matricial.

Palabras clave: Álgebra Matricial, matrices, didáctica, matriz inversa.

1. INTRODUCCIÓN

Los orígenes de las matrices y determinantes se encuentran entre los siglos II y III a.c. No nos debe sorprender su relación con el estudio de sistemas de ecuaciones lineales. Ya se menciona el uso de sistemas de ecuaciones lineales en escritos babilonios por el año 300 a.c. Entre los años 200 y 100 a.c. aparece en China el libro "Nueve Capítulos sobre el Arte Matemático", escrito durante la dinastía Han, que da el primer ejemplo conocido de método matricial.

En Noviembre de 1850, Sylvester publica en el "Cambridge and Dublin Mathematical Journal" su memoria titulada "On the intersection, contacts and other correlations of two conics expressed by indeterminate coordinates" sobre las distintas intersecciones de dos cónicas. Estas, habían sido estudiadas por Plücker en 1828, Sylvester utiliza el cálculo de determinantes en lugar del método analítico desarrollado por Hachette y Poisson (1802) y por Cauchy o Biot en 1826, según Rosales (2009).

Cayley fue el primero en desarrollar de modo independiente el concepto de matriz en un artículo publicado en 1855, A memoir on the theory of matrices. Definió las matrices nula y unidad, la suma de matrices y señala que esta operación es asociativa y conmutativa. Cayley toma directamente de la representación del efecto de dos transformaciones sucesivas la definición de multiplicación de dos matrices. Cayley señala que una matriz $m \times n$ puede ser multiplicada solamente por una matriz $n \times p$. En este mismo artículo establece que una matriz tiene inversa si y sólo si su determinante es nulo, además prueba:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{Adj}(A^t)$$

Cayley aseguró que el producto de dos matrices puede ser la matriz nula siendo las dos matrices invertibles. En realidad Cayley se equivocó: Si $AB = 0$, entonces A o B no tienen inversa. A partir de este momento los trabajos sobre matrices se disparan. Debemos citar los trabajos de Jordan (1838–1922), Rouché (1832–1910) y a Frobenius (1849–1917). En el siglo XX es rara la rama de la matemática aplicada que no use la teoría de matrices. Podemos citar una afirmación profética hecha por el físico Tait (1831–1901) a mediados del siglo XIX: "Cayley está forjando las armas para las futuras generaciones de físicos", lo afirma Benítez (2007).

En todo trabajo realizado dentro del área de Álgebra, se debe considerar tres razones del desarrollo del pensamiento algebraico, la primera es la

dificultad de enfrentar a la materia, la segunda es la necesidad de caracterizar el pensamiento algebraico y la tercera es la necesaria coordinación de los hallazgos de las investigaciones en este campo (Socas, 2011).

Matriz

Una matriz es un arreglo rectangular entre m filas (renglones) y n columnas, se la nombra con una letra del abecedario mayúscula y se declara el orden indicando primero la cantidad de filas y luego la cantidad de columnas, así:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{m \times n}$$

Es la matriz A de orden $m \times n$.

Una matriz se llama cuadrada si se cumple que: $m = n$, se llama identidad si es una matriz cuadrada y además contiene solo unos en su diagonal principal, el resto de elementos son ceros, así:

$$A \in M_{n \times n}(k), \forall a_{ii} = 1, \forall a_{ij} = 0.$$

Inversa de una matriz

Sean $A, B \in M_{n \times n}(k)$, si se cumple que: $A * B = B * A = I_n$, entonces la matriz B se llama inversa de la matriz A y se la denota como A^{-1} . Existen varias formas para hallar una matriz inversa, de los cuales podemos indicar: Método de la matriz adjunta, eliminación de Gauss-Jordan, método de las ecuaciones matriciales, entre otros.

Cualquiera de los métodos que el docente elija para iniciar el estudio de la inversa de una matriz, regularmente empieza con una estructura formada con valores enteros, pero corre el riesgo de que los primeros ejemplos caigan en procesos tediosos y muchas veces en resultados que en su estructura no necesariamente contenga valores enteros, así:

Sea la matriz B , calculemos la inversa si existe.

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

Aplicamos el método de Gauss-Jordan o también conocido como el método de la matriz aumentada, por lo tanto escribimos la matriz de la forma $B : I$:

$$B : I = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ -4 & 3 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 5 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

Luego de realizar las operaciones necesarias encontramos la siguiente matriz:

$$I : B^{-1} = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{6}{5} & \frac{1}{10} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{11}{5} & \frac{3}{5} & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{9}{5} & -\frac{2}{5} & 1 \end{array} \right)$$

Por lo tanto la inversa de la matriz B^{-1} es:

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{6}{5} & \frac{1}{10} & -\frac{1}{2} \\ \frac{11}{5} & \frac{3}{5} & -1 \\ -\frac{9}{5} & -\frac{2}{5} & 1 \end{pmatrix}$$

2. METODOLOGÍA

Antes de iniciar la propuesta es necesario analizar algunos aspectos relevantes en educación:

En torno al concepto de enseñanza, para los piagetianos hay dos tópicos complementarios que es necesario resaltar: la actividad espontánea del niño y la enseñanza indirecta. El primer punto hace comprender a la concepción constructivista como muy ligada a la gran corriente de la escuela activa en la pedagogía, la cual fue desarrollada por pedagogos tan notables como Decroly, Montessori, Dewey y Ferriere.

No obstante según Marro (1983), aun cuando hay similitudes, también existen sendas diferencias entre dichas propuestas pedagógicas y la que puede derivarse de la psicología constructivista piagetiana. El fundador de esta corriente señalaba

estar de acuerdo con utilizar métodos activos (como los de los pedagogos antes citados), centrados en la actividad y el interés de los niños; sin embargo, señaló (Piaget, 1976) que un planteamiento de tipo activo, sin el apoyo de un sustrato teórico-empírico psicogenético no garantizaba per se una comprensión adecuada de las actividades espontáneas de los infantes, ni de sus intereses conceptuales. (Hernández, 1997).

Para complementar la idea de enseñanza indicaremos:

Cualquier enfoque o modelo de enseñanza sostiene alguna idea acerca del modo de aprender y, por tanto, enfatiza una forma principal de enseñanza. No necesitan ser elaboradas teorías psicológicas –aunque muchos enfoques y modelos surgen de ellas– sino respuestas generales a preguntas como:

¿Se aprende mejor haciendo cosas prácticas, escuchando, explorando por sí mismo, practicando sistemáticamente involucrándose en tareas de producción, etc.? Algunos enfoques también sostienen supuestos sobre, por ejemplo, el desarrollo de la personalidad. Estos supuestos son más o menos sistemáticos, desarrollados o explicitados. Eso varía en relación con el origen y el desarrollo de cada propuesta. (Feldman, 2010, pp. 20-21)

Un tipo de matriz muy particular

Si analizamos el ejemplo anterior, al trabajar con matrices que contienen valores numéricos enteros y determinar la inversa, esta última puede contener en su estructura valores racionales, lo cual, para determinadas aplicaciones puede convertirse en una dificultad. Un grupo de matrices que, en su inversa contiene solo valores enteros, se determinan construyendo primero la matriz original, siguiendo estos pasos:

a) Escribir siempre el número uno como primer elemento de la matriz, lo recrearemos con un ejemplo en una matriz de orden 3:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

b) Con la ayuda de sus estudiantes ubicar exclusivamente los elementos de la primera fila y primera columna, estos son independientes, no olvide trabajar con valores enteros.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & & \\ -1 & & \end{pmatrix}$$

c) Para complementar el resto de elementos de la matriz, realizar las multiplicaciones indicadas por los subíndices, así para escribir el elemento a_{32} se multiplica el primer elemento del renglón 3 por el primer elemento de la columna 2, si éste elemento se encuentra en la diagonal principal se suma uno.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Una vez construida toda la matriz, vamos a calcular mentalmente su inversa tomando en cuenta los siguientes aspectos:

a) Sumar solo los productos de la diagonal principal y agregar uno, este resultado se escribe como primer elemento de la matriz inversa.

$$\text{Como } A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & & \\ -1 & & \end{pmatrix},$$

$$\text{entonces: } 3(-2)+(-1)(1)+1 = -6, \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} -6 & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

b) Se cambia el signo del resto de elementos del primer renglón y primera columna de la matriz original, se los escribe en la misma ubicación pero en la matriz inversa.

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -6 & 2 & -1 \\ -3 & & \\ 1 & & \end{pmatrix}$$

c) Se completa la matriz inversa escribiendo una matriz identidad de orden n-1.

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -6 & 2 & -1 \\ -3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como se puede observar, los elementos que constituyen la matriz inversa están en el conjunto de los números enteros, además se puede verificar que la matriz inversa está bien construida multiplicando las dos matrices y el resultado será la matriz identidad, en este ejemplo de orden 3:

$$A * A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -6 & 2 & -1 \\ -3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

De la misma forma:

$$A^{-1} * A = \begin{pmatrix} -6 & 2 & -1 \\ -3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

En varias de sus obras, el doctor en Matemática Ángel Urquiza Huilcapi, graduado en la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, toma como ejemplos didácticos este tipo de matrices, y asimismo en algunas de sus conferencias, a este tipo de matrices las llamaba Angélica.

Por lo tanto, siguiendo el esquema podemos emitir más ejemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}; \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} -6 & 2 & -1 \\ -3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 7 \\ -4 & -19 & -28 \\ 3 & 15 & 22 \end{pmatrix}; \quad B^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & -5 & -7 \\ 4 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Las cuales podríamos generalizar de la siguiente manera:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a_{12} & a_{13} & a_{14} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{21} * a_{12} + 1 & a_{21} * a_{13} & a_{21} * a_{14} & \cdots & a_{21} * a_{1n} \\ a_{31} & a_{31} * a_{12} & a_{31} * a_{13} + 1 & a_{31} * a_{14} & \cdots & a_{31} * a_{1n} \\ & a_{41} & a_{41} * a_{12} & a_{41} * a_{13} & a_{41} * a_{14} + 1 & \cdots & a_{41} * a_{1n} \\ & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n1} * a_{12} & a_{n1} * a_{13} & a_{n1} * a_{14} & \cdots & a_{n1} * a_{1n} + 1 \end{pmatrix}$$

Su inversa se calcula, con respecto a los elementos de la matriz A , de esta manera:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^n a_{k1}a_{1k} & -a_{12} & -a_{13} & -a_{14} & \cdots & -a_{1n} \\ -a_{21} & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -a_{31} & 0 & 1 & & & \\ -a_{41} & 0 & 0 & & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \cdots & \vdots \\ -a_{n1} & 0 & 0 & & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

3. RESULTADOS

Entre las múltiples aplicaciones del Álgebra Matricial, podemos mencionar su utilidad en criptografía, que consiste en procesos de cifrado y descifrado, los elementos que se requiere son: Emisor, receptor, mensaje y código, para emitir un ejemplo empezaremos codificando las letras del abecedario con números, en forma inversa como se muestra:

Tabla 1: Cifrado de letras con números

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14
Ñ	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	
13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	

Ahora vamos a generar un mensaje, como: UNIVERSIDAD DE GUAYAQUIL.

Si ciframos el mensaje utilizando solo la tabla 1, sería muy sencilla la codificación, ahora mejoraremos el algoritmo de codificación con Álgebra Matricial, como utilizaremos matrices de orden 3, los separamos en grupos de tres valores así:

6 14 19 5 23 9 8 19 24 27 24 24 23 21 6 27 2 27 10 6 19 16 3 3

Como al final quedó un solo valor completamos el grupo con X (puede ser cualquier otra letra que no incida en el mensaje), cuando el receptor decodifique observará que los últimos caracteres no concuerdan con el mensaje y los desechará, por consiguiente disponemos los valores en vectores columna:

$$\begin{pmatrix} U \\ N \\ I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 14 \\ 19 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} V \\ E \\ R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 23 \\ 9 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} S \\ I \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 19 \\ 24 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} A \\ D \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 27 \\ 24 \\ 24 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} E \\ G \\ U \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 23 \\ 21 \\ 6 \end{pmatrix};$$

$$\begin{pmatrix} A \\ Y \\ A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 27 \\ 2 \\ 27 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} Q \\ U \\ I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 6 \\ 19 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} L \\ X \\ X \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Empezamos a encriptar el mensaje mediante una transformación matricial, para ello creamos una matriz Angélica:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

El proceso de codificación tendrá la forma: $A * C = D$; donde cada vector columna será representado por C (codificación), y cada resultado será representado por D (decodificación). Realizamos el cifrado de la codificación tal como sigue:

$$A * \begin{pmatrix} U \\ N \\ I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 14 \\ 19 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad A * \begin{pmatrix} V \\ E \\ R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 23 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -32 \\ -73 \\ 41 \end{pmatrix};$$

$$A * \begin{pmatrix} S \\ I \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 \\ 19 \\ 24 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 1 \\ 30 \end{pmatrix}; \quad A * \begin{pmatrix} A \\ D \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 27 \\ 24 \\ 24 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 33 \\ 21 \end{pmatrix};$$

$$A * \begin{pmatrix} E \\ G \\ U \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 23 \\ 21 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 \\ -18 \\ 19 \end{pmatrix}; \quad A * \begin{pmatrix} A \\ Y \\ A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 27 \\ 2 \\ 27 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 50 \\ 152 \\ -23 \end{pmatrix};$$

$$A * \begin{pmatrix} Q \\ U \\ I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 6 \\ 19 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 \\ 57 \\ 2 \end{pmatrix}; \quad A * \begin{pmatrix} L \\ X \\ X \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 16 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 42 \\ -10 \end{pmatrix};$$

El mensaje que recibe nuestro receptor será el siguiente:

-3 5 22 -32 -73 41 -6 1 30 3 33 21 -13 -18 19 50 152 -23 17 57 2
13 42 -10

Quien lo decodificará mediante el producto de la matriz inversa por cada matriz columna recibida, en términos generales se aplica el siguiente algoritmo:

$$\begin{aligned} A * C &= D \\ A^{-1} * A * C &= A^{-1} * D \\ I * C &= A^{-1} * D \\ C &= A^{-1} * D \end{aligned}$$

Como disponemos de la matriz inversa de A :

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -6 & 2 & -1 \\ -3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Podemos empezar a decodificar el mensaje de la siguiente manera:

$$A^{-1} * \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 22 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 2 & -1 \\ -3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 22 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 14 \\ 19 \end{pmatrix};$$

$$A^{-1} * \begin{pmatrix} -32 \\ -73 \\ 41 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 2 & -1 \\ -3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -32 \\ -73 \\ 41 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 23 \\ 9 \end{pmatrix};$$

$$A^{-1} * \begin{pmatrix} -6 \\ 1 \\ 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 2 & -1 \\ -3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -6 \\ 1 \\ 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 19 \\ 24 \end{pmatrix};$$

$$A^{-1} * \begin{pmatrix} 3 \\ 33 \\ 21 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 2 & -1 \\ -3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 3 \\ 33 \\ 21 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 27 \\ 24 \\ 24 \end{pmatrix};$$

$$A^{-1} * \begin{pmatrix} -13 \\ -18 \\ 19 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 2 & -1 \\ -3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -13 \\ -18 \\ 19 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 23 \\ 21 \\ 6 \end{pmatrix};$$

$$A^{-1} * \begin{pmatrix} 50 \\ 152 \\ -23 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 2 & -1 \\ -3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 50 \\ 152 \\ -23 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 27 \\ 2 \\ 27 \end{pmatrix};$$

$$A^{-1} * \begin{pmatrix} 17 \\ 57 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 2 & -1 \\ -3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 17 \\ 57 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 6 \\ 19 \end{pmatrix};$$

$$A^{-1} * \begin{pmatrix} 13 \\ 42 \\ -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 2 & -1 \\ -3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 13 \\ 42 \\ -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix};$$

Regresando de esta manera a la secuencia original y por lo tanto descifrando el mensaje, en este ejemplo:

6 14 19 5 23 9 8 19 24 27 24 24 23 21 6 27 2 27 10 6 19 16 3 3

Que, de acuerdo a la tabla utilizada corresponde a: UNIVERSIDAD DE GUAYAQUIL

4. CONCLUSIONES

El proceso para estructurar la matriz Angélica y determinar su inversa, motiva la participación de los estudiantes, además de que se puede realizar un trabajo individualizado.

Se tiene la certeza en afirmar que todas las inversas de las matrices del tipo Angélica evitan números racionales en su estructura, por tanto, se puede empezar el estudio del Álgebra Matricial con la aplicación de este tipo de matrices y luego aumentar el grado de dificultad al determinar las inversas.

Debido a la forma de construir este tipo de matrices, se recomienda su utilización en aplicaciones matriciales de orden 3 o superiores, además si estudiamos el determinante de todas las matrices de este tipo son siempre iguales a la unidad.

Dejamos a consideración del lector generar ejemplos con sus estudiantes de este tipo de matrices, buscar otras aplicaciones como en sistemas de ecuaciones, programación lineal y otros.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Benítez, J. (2007), Breve historia del álgebra matricial, Universidad politécnica de Valencia. Recuperado de http://personales.upv.es/jbenitez/cajon_sastre/histam.pdf

Cortés, J. (2003). Aplicación de las matrices invertibles en criptografía. *Revista de la Facultad de Educación de Albacete*. 18. 279-284.

Feldman, D. (2010). *Didáctica General*. Instituto Nacional de Formación Docente. Buenos Aires: Ministerio de Educación.

Galeano, M. (2008). Implementación Paralela del Algoritmo de Jubete. *Artículos Científicos Informáticos*. 4. 50-59.

García, E. López, M. Ortega, J. (2005). *Una introducción a la criptografía*. España: CriptoRed.

Grossman, S. Flores Godoy, J (2012). *Álgebra Lineal*. México: Mc Graw Hill.

Heaussler, E. Paul, R. Wood, R. (2008). *Matemática para Administración y Economía*. México: Pearson.

Hernández Rojas, G. (1997). *Módulo Fundamentos del Desarrollo de la Tecnología Educativa*. México: ILCE-OEA.

Larson, R. Falvo, D. (2008). *Fundamentos de Álgebra Lineal*. Estados Unidos: Cengage Learning.

Luzardo, D. Peña, L. (2006). Historia del Álgebra Lineal hasta los Albores del Siglo XX. *Divulgaciones Matemáticas*. 14(2). 153-170.

Rosales, A. (2009). Evolución Histórica del Concepto de Matriz. *Revista digital Matemática, Educación e Internet*. 9(2). 1-20.

Socas, M. (2011). La enseñanza del Álgebra en la Educación Obligatoria. Aportes de la Investigación. *NÚMEROS Revista de Didáctica de las Matemáticas*. 77. 5-34.

Tenorio Villalón, A. Martín Caraballo, A. Paralela Morales, C. (2011). Introducción al Álgebra Lineal en Economía: Una Aproximación Histórica. *Revista digital VII Encuentro Internacional Anales de ASEPUMA*. 19. 1-20.

Urquiza, A. (1995). *Bonita Matemática*. Riobamba: Edipcentro.

Urquiza, A. (2001). *Matemática Fundamental*. Riobamba: Edipcentro.